wi
wirtschaft

Thomas E. Copeland
J. Fred Weston
Kuldeep Shastri

Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik

Das Lösungsbuch

4., aktualisierte Auflage

ADDISON-WESLEY

PEARSON
Studium

Thomas E. Copeland
J. Fred Weston
Kuldeep Shastri

Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik

Das Lösungsbuch

4., aktualisierte Auflage

PEARSON Studium

ein Imprint von Pearson Education
München • Boston • San Francisco • Harlow, England
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City
Madrid • Amsterdam

11. Grundsätzlich ist die Varianz eines Portefeuilles

$$\mathrm{VAR}(R_p) = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij}$$

Da die Renditen unabhängig sind, sind alle Kovarianz-Terme gleich null, d.h. $\sigma_{ij} = 0$ für $i \neq j$. Das bedeutet, die Varianz ist

$$\mathrm{VAR}(R_p) = \sum_i w_i^2 \sigma_{ii}$$

Da die Wertpapiere zudem identische Erwartungswerte besitzen (wie in Abbildung 5.6 dargestellt), wird ein risikoaverser Investor einfach die Gewichte w_i wählen, welche die Varianz minimieren. Dies impliziert intuitiv

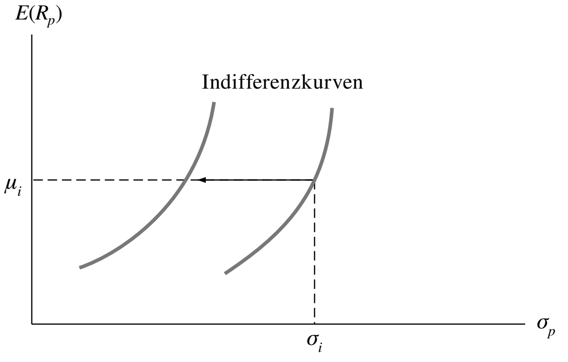

Abbildung 5.6: Optimale Portefeuille-Zusammensetzung

eine gleich große Investition des Vermögens in jedes Wertpapier. Der Beweis folgt aus der Minimierung der Varianz mit der Nebenbedingung, dass sich alle Gewichte zu 100% addieren, d.h. $\sum w_i = 1$. Stellt man einen Lagrange-Ansatz auf, ergibt sich

$$\Psi = \sum w_i^2 \sigma_{ii} - \lambda\left(\sum w_i - 1\right)$$

Die notwendigen Bedingungen sind

$$\frac{\partial \Psi}{\partial w_i} = 2 w_i \sigma_{ii} - \lambda = 0; \quad N \text{ Gleichungen, } i = 1, \ldots, N$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = \sum w_i - 1 = 0$$

Das Verhältnis der partiellen Ableitungen nach w_i ist

$$\frac{2 w_i \sigma_{ii}}{2 w_j \sigma_{jj}} = \frac{\lambda}{\lambda}$$

und damit

$$\frac{w_i}{w_j} = 1$$

Wir sehen also, dass die minimale Varianz erzielt wird, wenn alle Gewichte gleich sind. Existieren N Wertpapiere, ist das optimale Gewicht $1/N$.

12. Aus Kapitel 3 (Nutzentheorie) wissen wir, dass für normalverteilte Renditen die Grenzrate der Substitution zwischen Risiko und Rendite

$$\frac{dE}{d\sigma} = \frac{-\int U'(E + \sigma Z) Z f(Z;0,1) dZ}{\int U'(E + \sigma Z) f(Z;0,1) dZ}$$

entspricht. Ist nun ein Wertpapier risikolos, ist die Standardabweichung seiner Rendite gleich null, die Rendite immer gleich ihrem Erwartungswert und da

$$R = E + \sigma Z,$$

haben wir als Ergebnis $Z = 0$. Deshalb ist die Grenzrate der Substitution zwischen der erwarteten Rendite und dem Risiko, $dE/d\sigma$, gleich null. Wie in der Abbildung 5.7 dargestellt impliziert dies, dass die Steigung der Indifferenzkurve eines risikoaversen Marktteilnehmers auf der Y-Achse immer gleich null ist. So lange, wie die Marktrendite ex ante größer ist als der risikolose Zinssatz, muss die Steigung der Kapitalmarktlinie an der Y-Achse immer positiv sein. Damit kann die Indifferenz-kurve des risikoaversen Investors auf der Y-Achse keine Tangente an die Kapitalmarktlinie darstellen. Kein risikoaverser Marktteilnehmer wird deshalb sein gesamtes Vermögen im risikolosen Wertpapier halten.

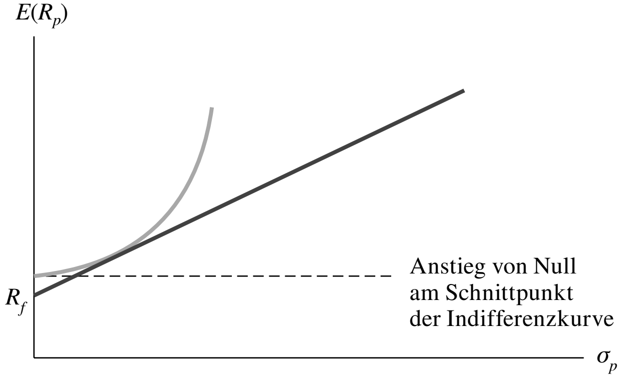

Abbildung 5.7: Kein risikoaverser Investor wird 100% seines Vermögens im risikolosen Wertpapier halten

13. Berechnen Sie zuerst die erwartete Rendite und Varianz für Wertpapier X.

p_i	X_i	p_iX_i	$X_i - E(X)$	$[X_i - E(X)]^2$	$p_i[X_i - E(X)]^2$
0,1	30	3,0	20	400	40
0,2	20	4,0	10	100	20
0,4	15	6,0	5	25	10
0,2	10	2,0	0	0	0
0,1	– 50	– 5,0	– 60	3600	360
1,0		$E(X) = 10{,}0$			$\text{VAR}(X) = 430$

Unter Verwendung der Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten können wir sofort den Erwartungswert und die Varianz von Wertpapier Y anschreiben.

$$\begin{aligned} E(Y) &= 6 + 0{,}2E(X) \\ &= 6 + 0{,}2(10) = 8 \\ \text{VAR}(Y) &= (0{,}2)^2\text{VAR}(X) \\ &= 0{,}04(430) = 17{,}2 \end{aligned}$$

Die Standardabweichungen von X and Y sind

$$\sigma_X = \sqrt{430} = 20{,}74 \qquad \sigma_Y = \sqrt{17{,}2} = 4{,}15$$

Der einfachste Weg, dieses Problem zu lösen, ist, die Tatsache zu verwenden, dass die Opportunitätsmenge eines Portefeuilles mit zwei vollständig korrelierten Wertpapieren eine Gerade ist. Die Opportunitätsmenge ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Wenn wir die erwartete Rendite finden können, die durch den Schnittpunkt repräsentiert wird, können wir die korrekten Gewichte für ein Portefeuille mit einer Varianz von null bestimmen. Die lineare Gleichung für die Opportunitätsmenge ist

$$E(R_p) = a + b\sigma(R_P)$$

Wir kennen die Koordinaten an den Punkten X und Y, deshalb ist die Steigung

$$b = \frac{E(X) - E(Y)}{\sigma_X - \sigma_Y} = \frac{10 - 8}{20{,}74 - 4{,}15} = 0{,}1206$$

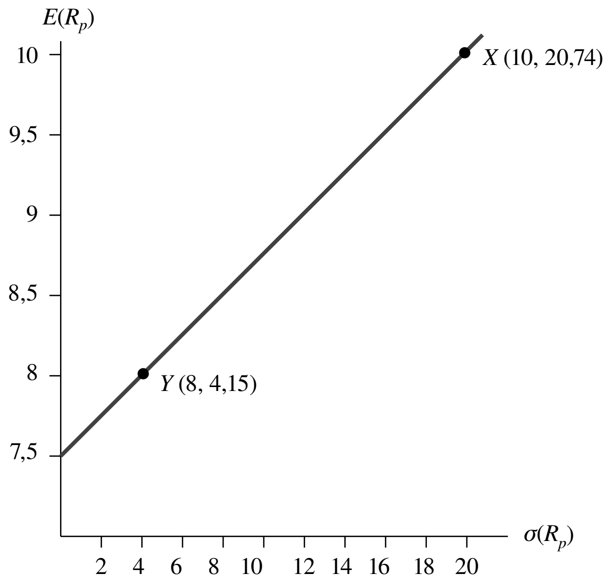

Abbildung 5.8: Opportunitätsmenge für zwei vollständig korrelierte Wertpapiere

Verwenden wir die Koordinaten für X und die Steigung, haben wir

$$\begin{aligned} E(X) &= a + 0{,}1206\sigma_X \\ 10{,}0 &= a + 0{,}1206(20{,}74) \\ a &= 7{,}5 \end{aligned}$$

Das Portefeuille mit einer Varianz von null besitzt eine erwartete Rendite von 7,5%. Es sei α der prozentuale Anteil, der in X investiert ist, dann sind die Anteile von X und Y im Portefeuille

$$\begin{aligned} E(R_p) &= \alpha\, E(X) + (1-\alpha)E(Y) \\ 7{,}5 &= \alpha(10) + (1-\alpha)8 \\ \alpha &= -0{,}25 \end{aligned}$$

Wir sollten also 25% unseres Vermögens in Wertpapier X leer verkaufen und 125% in Wertpapier Y anlegen. Um dieses Ergebnis zu bestätigen, können wir die Gewichte in die Definition der Varianz eines Portefeuilles mit zwei Wertpapieren einsetzen, wie im Folgenden dargestellt wird:

$$\begin{aligned} \mathrm{VAR}(R_P) &= \alpha^2\mathrm{VAR}(X) + 2\alpha(1-\alpha)r_{XY}\sigma_X\sigma_Y + (1-\alpha)^2\mathrm{VAR}(Y) \\ &= (-0{,}25)^2 430 + 2(-0{,}25)(1{,}25)(1{,}0)(20{,}74)(4{,}15) + (1{,}25)^2(17{,}2) \\ &= 26{,}88 - 53{,}79 + 26{,}88 \approx 0. \end{aligned}$$

14. (a) Die Varianz des Eigenkapitals des Aktionärs reflektiert, dass sein Portefeuille positive Gewichte (Long Position) in Vermögensgegenständen hat und negative Gewichte (Short Position) in Verbindlichkeiten. Die Eigenkapitalrendite kann angeschrieben werden als

$$R_S = w_{STA}R_{STA} + w_{US}R_{US} + w_L R_L - w_{STL}R_{STL} - w_D R_D$$

Wir fordern, dass sich die Gewichte zu 1,0 summieren, so dass jedes Gewicht als Wert des i-ten Vermögensgegenstands oder Verbindlichkeit, V_i, definiert ist, dividiert durch den Marktwert des Eigenkapitals, S.

$$w_i = \frac{V_i}{S}, V_i < 0 \text{ für Verbindlichkeiten}$$

Die Varianz der Gesamtposition des Aktionärs ist

$$\text{VAR}(R_S) = w'\Sigma\, w$$

$$\text{mit: } w' = [w_{STA} \quad w_{US} \quad w_L \quad -w_{STL} \quad -w_D\,]$$

$$= [1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 7{,}0 \quad -5{,}0 \quad -8{,}5]$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} (0{,}02)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0{,}04)^2 & 0{,}8(0{,}04)(0{,}07) & 0 & 0{,}3(0{,}04)(0{,}03) \\ 0 & 0{,}8(0{,}04)(0{,}07) & (0{,}07)^2 & 0 & 0{,}2(0{,}07)(0{,}03) \\ 0 & 0 & 0 & (0{,}02)^2 & 0 \\ 0 & 0{,}3(0{,}04)(0{,}03) & 0{,}2(0{,}03)(0{,}07) & 0 & (0{,}03)^2 \end{bmatrix}$$

$$w'\Sigma\, w = [1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 7{,}0 \quad -0{,}5 \quad -8{,}5]$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}00040 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}00160 & 0{,}00224 & 0 & 0{,}000360 \\ 0 & 0{,}00224 & 0{,}00490 & 0 & 0{,}000420 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}00040 & 0 \\ 0 & 0{,}00036 & 0{,}00042 & 0 & 0{,}000900 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1{,}0 \\ 2{,}0 \\ 7{,}0 \\ -0{,}5 \\ -8{,}5 \end{bmatrix}$$

$$w'\Sigma w = [1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 7{,}0 \quad -0{,}5 \quad -8{,}5] \begin{bmatrix} 0{,}00040 \\ 0{,}01582 \\ 0{,}03521 \\ -0{,}00020 \\ -0{,}00399 \end{bmatrix}$$

$$w'\Sigma w = 0{,}33003$$

Die Standardabweichung ist die Quadratwurzel der Varianz

$$\sigma = \sqrt{0{,}33003} = 0{,}574482.$$

(b) Die Position in T-Bond-Futures-Kontrakten wird gehalten, um die Standardabweichung des Anspruchs des Aktionärs zu minimieren. Gleichung (5.33) ist Ergebnis der ersten Ableitung der Varianz des Portefeuille des Aktionärs (sofern dies mit Futures-Kontrakten erweitert wird) nach der Anzahl der Futures-Kontrakte.

$$N = -\sum_i \frac{V_i r_{i,TB} \sigma_i}{P_{TB} \sigma_{TB}}$$

Erweitert man diesen Ausdruck, damit er dem betrachteten Problem gerecht wird, haben wir als Resultat

$$\begin{aligned}
N &= -\frac{V_{US} r_{US,TB} \sigma_{US}}{P_{TB} \sigma_{TB}} - \frac{V_L r_{L,TB} \sigma_L}{P_{TB} \sigma_{TB}} - \frac{-V_D r_{D,TB} \sigma_D}{P_{TB} \sigma_{TB}} \\
N &= -\frac{200(0{,}9)(0{,}04)}{0{,}09(0{,}08)} - \frac{700(0{,}5)(0{,}07)}{0{,}09(0{,}08)} - \frac{-850(0{,}3)(0{,}03)}{0{,}09(0{,}08)} \\
N &= -1.000 - 3.403 + 1.063 \\
N &= -3.340
\end{aligned}$$

Als Ergebnis kann die Varianz der Renditen des Aktionärs durch einen Leerverkauf von 3.340 Futures-Kontrakten minimiert werden. Die Position der T-Bond-Futures steigt im Wert, wenn die Zinssätze fallen, und dies gleicht die Minderung des Werts des Kreditportefeuilles und der Anlage in Staatsanleihen aus.

Die neue Vermögensposition des Aktionärs wird durch die Futures wie folgt erweitert.

$$R_S = w_{STA} R_{STA} + w_{US} R_{US} + w_L R_L - w_{STL} R_{STL} - w_D R_D + w_{TB} R_{TB}$$

Das Gewicht der Futuresposition in Marktwerten ist

$$w_F = \frac{NP_{TB}}{S} = \frac{-3.340(0{,}09 \text{ Millionen})}{100 \text{ Millionen}} = -3{,}0$$

und die Varianz der revidierten Vermögensposition des Aktionärs ist

$$w' \Sigma w = [1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 7{,}0 \quad -0{,}5 \quad -8{,}5 \quad -3{,}0]$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}00040 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}00160 & 0{,}00224 & 0 & 0{,}000360 & 0{,}00288 \\ 0 & 0{,}00224 & 0{,}00490 & 0 & 0{,}000420 & 0{,}00280 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}00040 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}00036 & 0{,}00042 & 0 & 0{,}000900 & 0{,}00072 \\ 0 & 0{,}00288 & 0{,}00280 & 0 & 0{,}000720 & 0{,}00640 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1{,}0 \\ 2{,}0 \\ 7{,}0 \\ -0{,}5 \\ -8{,}5 \\ -3{,}0 \end{bmatrix}$$

$$w' \Sigma w = [1{,}0 \quad 2{,}0 \quad 7{,}0 \quad -0{,}5 \quad -8{,}5 \quad -3{,}0] \begin{bmatrix} 0{,}00040 \\ 0{,}00718 \\ 0{,}02681 \\ -0{,}00020 \\ -0{,}00615 \\ 0{,}00004 \end{bmatrix}$$

$$w' \Sigma w = 0{,}253605$$

Die neue Standardabweichung beträgt 0,503592.

Marktgleichgewicht: CAPM und APT

6

1. Die Bedingungen sind diejenigen, die für die Two-Fund-Separation notwendig sind, nämlich (zusätzlich zu den bereits getroffenen Annahmen):

– Alle Anleger besitzen homogene Erwartungen.

– Die Wertpapiermärkte arbeiten reibungslos; Information ist kostenlos und für alle Anleger zur gleichen Zeit verfügbar.

– Alle Wertpapiere sind marktfähig und beliebig teilbar.

– Es gibt keine Marktmängel wie Steuern oder Restriktionen von Leerverkäufen.

2.

p_i	R_j	$p_i R_j$	$R_j - \overline{R}_j$	$p_i(R_j - \overline{R}_j)^2$
0,1	– 0,30	– 0,03	– 0,45	0,02025
0,3	0,00	0,00	– 0,15	0,00675
0,4	0,20	0,08	0,05	0,00100
0,2	0,50	0,10	0,35	0,02450
	$E(R_j^*) = 0{,}15$			$\sigma_j^2 = 0{,}0525$

R_m	$p_i R_m$	$R_m - \overline{R}_m$	$p_i(R_m - \overline{R}_m)^2$	$p_i(R_j - \overline{R}_j)(R_m - \overline{R}_m)$
– 0,15	–0,015	– 0,25	0,00625	0,1(– 0,45)(– 0,25) = 0,01125
0,05	0,015	– 0,05	0,00075	0,3(– 0,15)(– 0,05) = 0,00225
0,15	0,060	0,05	0,00100	0,4(0,05)(0,05) = 0,00100
0,20	0,040	0,10	0,00200	0,2(0,35)(0,10) = 0,00700
				$\mathrm{COV}(R_j, R_m) = 0{,}02150$
	$E(Rm) = 0{,}10$		$\sigma_m^2 = 0{,}0100$	$\beta_j = \dfrac{\mathrm{COV}(R_j, R_m)}{\sigma_m^2} = \dfrac{0{,}0215}{0{,}01} = 2{,}15$

(a) $E(R_m) = 10\%$

(b) $\sigma_m^2 = 1\%, \quad \sigma_m = 10\%$

(c) $E\,(R_j^*) = 15\%$

(d) $\mathrm{COV}(R_j, R_m) = 2{,}15\%$

(e) $E(R_j) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_j$

$E(R_j) = 0{,}06 + [0{,}10 - 0{,}06]\beta_j.$

(f) Die geforderte Rendite des Donovan-Unternehmens ist

$$\begin{aligned} E(R_j) &= 0{,}06 + [0{,}10 - 0{,}06] \frac{\mathrm{COV}(R_j, R_m)}{\sigma_m^2} \\ &= 0{,}06 + [0{,}04] \frac{0{,}0215}{0{,}01} \\ &= 0{,}06 + 0{,}04(2{,}15) = 14{,}6\% \end{aligned}$$

Die erwartete Rendite, $E(R_j^*) = 15\%$ (siehe (c) oben). Da Donovan mehr erwirtschaftet, als gefordert ist, können wir erwarten, dass sein Preis steigt, so dass im Gleichgewicht seine erwartete Rendite gleich 14,6% ist.

3. Wir haben es nun mit Stichprobendaten zu tun; deshalb können wir die statistischen Formeln für Stichprobenmittelwert und Stichprobenvarianz verwenden:

$$E(X) = \frac{\sum X_i}{N} \qquad \mathrm{VAR}(X) = \frac{\sum (X_i - E(X))^2}{N-1}$$

Bitte beachten Sie, dass die Stichprobenvarianz berechnet wird, indem die Summe der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert durch $N - 1$ dividiert wird, also durch die Anzahl der Beobachtungen minus 1. Wir subtrahieren 1, da wir einen Freiheitsgrad durch die Schätzung des Mittelwerts verlieren. Für die Berechnung der Kovarianz wird ebenfalls durch $N - 1$ dividiert:

$$\mathrm{COV}(X, Y) = \frac{\sum (X_i - E(X))(Y_i - E(Y))}{N-1}$$

Jahr	R_m	$R_m - \overline{R}_m$	$(R_m - \overline{R}_m)^2$	R_j	$R_j - \overline{R}_j$	$(R_j - \overline{R}_j)(R_m - \overline{R}_m)$
1978	0,27	0,15	0,0225	0,25	0,15	0,0225
1977	0,12	0	0	0,05	– 0,05	0
1976	– 0,03	– 0,15	0,0225	– 0,05	– 0,15	0,0225
1975	0,12	0	0	0,15	0,05	0
1974	– 0,03	– 0,15	0,0225	– 0,10	– 0,20	0,0300
1973	0,27	0,15	0,0225	0,30	0,20	0,0300
	$\Sigma R_m = 0{,}72$		$\Sigma(R_m - \overline{R})^2 = 0{,}09$		$\Sigma R_j = 0{,}60$	$\Sigma = 0{,}1050$

$$E(R_m) = \frac{\sum R_m}{N} = \frac{0{,}72}{6} = 0{,}12 \qquad \mathrm{VAR}(R_m) = \frac{\sum (R_m - \overline{R}_m)^2}{N-1} = \frac{0{,}09}{5} = 0{,}018$$

$$E(R_j) = \frac{\sum R_j}{N} = \frac{0{,}6}{6} = 0{,}10 \qquad \mathrm{COV}(R_j, R_m) = \frac{\sum (R_j - \overline{R}_j)(R_m - \overline{R}_m)}{N-1}$$

$$= \frac{0{,}105}{5} = 0{,}021$$