

**et**  
elektrotechnik

**mb**  
maschinenbau



Richard C. Dorf  
Robert H. Bishop

# Moderne Regelungssysteme

10., überarbeitete Auflage

Richard C. Dorf  
Robert H. Bishop

# Moderne Regelungssysteme

10., überarbeitete Auflage

PEARSON  
Studium

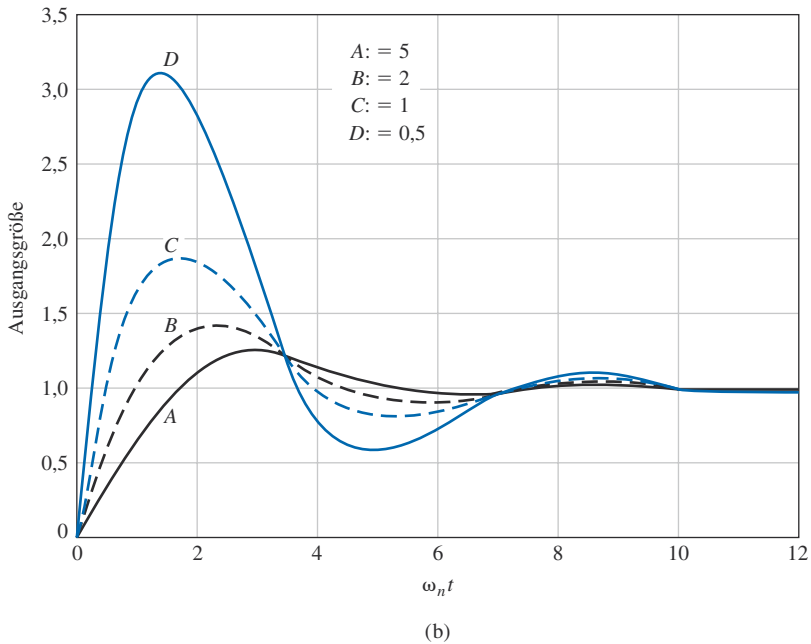
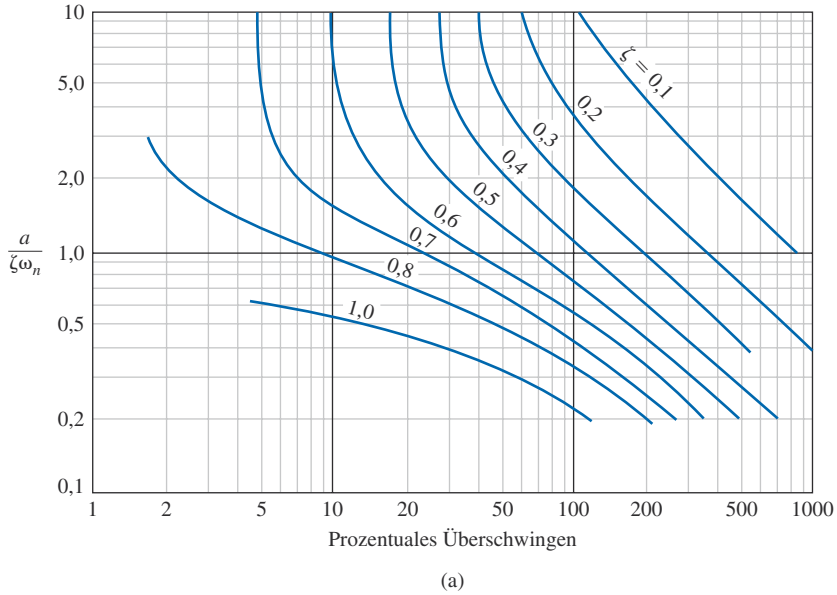


Abbildung 5.13: (a) Prozentuale Überschwingweite als Funktion von  $\zeta$  und  $\omega_n$  für den Fall, dass eine Übertragungsfunktion 2. Ordnung eine Nullstelle aufweist. Nach R.N. Clark: *Introduction to Automatic Control Systems* (New York, Wiley, 1962); mit freundlicher Genehmigung. (b) Sprungantwort für die Übertragungsfunktion 2. Ordnung mit einer Nullstelle für vier ausgesuchte Werte für das Verhältnis  $(a/\zeta \omega_n)$ :  $A = 5$ ,  $B = 2$ ,  $C = 1$  und  $D = 0,5$  für den Fall  $\zeta = 0,45$

Tabelle 5.4

**Sprungantwort eines Systems 2. Ordnung mit einer Nullstelle und  $\zeta = 0,45$  (Zeit normalisiert als  $\omega_n t$ , Ausregelzeit nach 2%-Kriterium)**

$a/\zeta \omega_n$	Überschwingweite in %	Ausregelzeit	Überschwingzeit
5	23,1	8,0	3,0
2	39,7	7,6	2,2
1	89,9	10,1	1,8
0,5	210,0	10,3	1,5

Die Korrelation zwischen dem zeitlichen Verhalten des Systems und der Lage der Pole der Übertragungsfunktion des Regelkreises in der  $s$ -Ebene kann zur Auswahl der Kennwerte eines Systems verwendet werden. Wir wollen diese nützliche Eigenschaft der  $s$ -Ebene anhand eines einfachen Beispiels illustrieren.

### Beispiel 5.1

### Auswahl der Parameter

Abbildung 5.14 zeigt einen Regelkreis mit einer einzelnen Rückkopplungsschleife. Wir wählen den Verstärkungsfaktor  $K$  und den Parameter  $p$  so aus, dass die Spezifikationen für den Zeitbereich eingehalten werden. Die Sprungantwort soll so schnell wie möglich sein, während die Überschwingweite unter 5% bleiben soll. Weiterhin soll die Ausregelzeit, d.h. die Zeit, in der der Augenblickswert innerhalb von 2% des Endwertes verbleibt, kürzer als vier Sekunden sein. Der Dämpfungsfaktor  $\zeta$  für eine Überschwingweite von 4,3% beträgt 0,707. Abbildung 5.15 zeigt diesen Dämpfungsfaktor grafisch als Linie. Da die Ausregelzeit definiert ist durch

$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \leq 4 \text{ s},$$

fordern wir, dass der Realteil des konjugiert komplexen Polpaares von  $T(s)$

$$\zeta \omega_n \geq 1$$

sein soll.

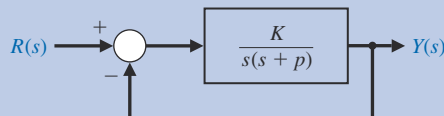
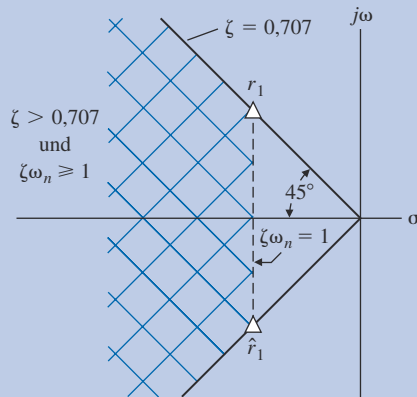


Abbildung 5.14: Einschleifiger Regelkreis


 Abbildung 5.15: System-Kennwerte und Lage der Pole in der  $s$ -Ebene

Dieser Bereich ist ebenfalls in Abbildung 5.15 gezeigt. Der Bereich, der beide im Zeitbereich geltenden Anforderungen erfüllt, ist in der  $s$ -Ebene in Abbildung 5.15 schraffiert dargestellt.

Wenn die Pole des Regelkreises lauten

$$r_1 = -1 + j1 \text{ und } \hat{r}_1 = -1 - j1$$

haben wir  $T_s = 4$  Sekunden und eine Überschwingweite von 4,3%. Daher gilt

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

und

$$\omega_n = \frac{1}{\zeta} = \sqrt{2}.$$

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Systems lautet

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{K}{s^2 + ps + k} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Wir fordern daher, dass  $K = \omega_n^2 = 2$  und  $p = 2\zeta\omega_n = 2$  gelten soll. Diese Zusammenhänge zwischen der Lage der Pole und der Systemantwort eines Regelkreises sollte ein Systemanalytiker oder Entwurfsingenieur vollständig verstanden haben. Aus diesem Grunde werden wir diese Problematik in den folgenden Abschnitten noch eingehend behandeln.

## Beispiel 5.2

Dominante Pole von  $T(s)$ 

Wir betrachten ein System mit der Übertragungsfunktion des geschlossenen Systems

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{\omega_n^2}{a} \frac{s+a}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(1+\tau s)}.$$

Sowohl die Nullstelle als auch der reelle Pol können hierbei die Sprungantwort des Systems beeinflussen. Wenn  $a \gg \zeta \omega_n$  und  $\tau \ll 1/\zeta \omega_n$  gilt, haben der Pol und die Nullstelle nur geringen Einfluss auf die Sprungantwort.

Wir betrachten jetzt die Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{62,5(s+2,5)}{(s^2 + 6s + 25)(s+6,25)}.$$

Man beachte, dass die statische Verstärkung 1 beträgt ( $T(0) = 1$ ) und nach einem Sprungsignal am Eingang ein stationärer Nachführungsfehler von Null zu erwarten ist. Wir haben weiterhin  $\zeta \omega_n = 3$ ,  $\tau = 0,16$  und  $a = 2,5$ . Abbildung 5.16 zeigt die Pole und Nullstellen in der  $s$ -Ebene. In einer ersten Näherung vernachlässigen wir den reellen Pol und erhalten dann

$$T(s) \approx \frac{10(s+2,5)}{s^2 + 6s + 25}.$$

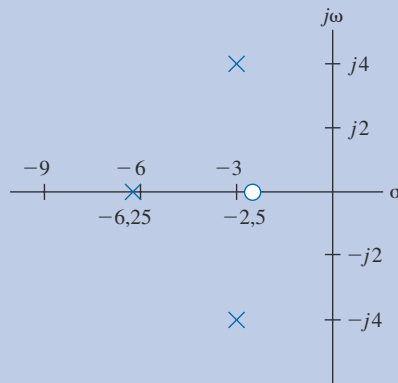


Abbildung 5.16: Pole und Nullstellen für ein System 3. Ordnung, dargestellt in der  $s$ -Ebene

Wir haben jetzt  $\zeta = 0,6$  und  $\omega_n = 5$  für dominante Pole mit einer begleitenden Nullstelle mit  $a/(\zeta \omega_n) = 0,833$ . Aus Abbildung 5.13(a) sehen wir, dass die Überschwingweite 55% beträgt. Wir erwarten als Wert für die Ausregelzeit (2% Kriterium)

$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{0,6 \cdot 5} = 1,33 \text{ s}.$$

Eine Computersimulation für das tatsächliche System 3. Ordnung liefert eine Überschwingweite von 38% und eine Ausregelzeit von 1,6 Sekunden. Somit liegt die dämpfende Wirkung des dritten Pols von  $T(s)$  in einer Dämpfung des Überschwingens und einer Verlängerung der Ausregelzeit (der reelle Pol darf also nicht vernachlässigt werden).

## 5.5 Abschätzung des Dämpfungsfaktors

Der Dämpfungsfaktor eines Systems kann aus dessen Sprungantwort gewonnen werden [5]. Die Übergangsfunktion eines Systems 2. Ordnung ist durch Gleichung (5.9) gegeben, welche lautet

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n \beta t + \theta),$$

mit  $\beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$  und  $\theta = \cos^{-1} \zeta$ . Somit ist die Frequenz des sinusförmigen Terms für  $\zeta < 1$  gleich

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \omega_n \beta,$$

mit  $\omega / 2\pi$  als Anzahl der Perioden pro Sekunde.

Die Zeitkonstante für den exponentiellen Abfall ist  $\tau = 1/(\zeta \omega_n)$  Sekunden. Die Anzahl der Perioden der gedämpften Sinusschwingung während der Dauer einer Zeitkonstanten-Einheit beträgt

$$\frac{\text{Perioden}}{\text{Sekunde}} \cdot \tau = \frac{\omega}{2\pi\zeta\omega_n} = \frac{\omega_n\beta}{2\pi\zeta\omega_n} = \frac{\beta}{2\pi\zeta}.$$

Unter der Annahme, dass die Systemantwort innerhalb von  $n$  sichtbaren Zeitkonstanten-Einheiten abfällt, erhalten wir

$$\text{sichtbare Perioden} = \frac{n\beta}{2\pi\zeta}. \quad (5.19)$$

Für das System 2. Ordnung bleibt die Systemantwort nach einer Zeitspanne, die vier Zeitkonstanten-Einheiten ( $4\tau$ ) entspricht, innerhalb von 2% des stationären Wertes. Es ist also  $n = 4$  und somit

$$\text{sichtbare Perioden} = \frac{4\beta}{2\pi\zeta} = \frac{4(1 - \zeta^2)^{0,5}}{2\pi\zeta} \cong \frac{0,55}{\zeta} \quad (5.20)$$

für  $0,2 \leq \zeta \leq 0,6$ .

Zur Übung betrachten wir nochmals die in Abbildung 5.5(a) gezeigte Sprungantwort für den Fall  $\zeta = 0,4$ . Wir nehmen  $y(t) = 0$  als erstes Minimum und zählen 1,4 sichtbare Perioden ab (bis die Sprungantwort innerhalb von 2% des Endwertes verbleibt). Wir schätzen dann ab

$$\zeta = \frac{0,55}{\text{Perioden}} = \frac{0,55}{1,4} = 0,39.$$

Wir können diese Näherung für Systeme mit dominantem komplexen Polpaar verwenden, so dass gilt

$$T(s) \approx \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Wir sind somit in der Lage, den Dämpfungsfaktor  $\zeta$  aus der tatsächlichen Sprungantwort eines real bestehenden Systems abzuschätzen.

Eine weitere Methode zur näherungsweise Bestimmung von  $\zeta$  besteht darin, die Überschwingweite der Sprungantwort zu bestimmen und dann  $\zeta$  mit Hilfe von Abbildung 5.8 abzuschätzen. So können wir z.B. aus der Überschwingweite von 25% der in Abbildung 5.5(a) gezeigten Systemantwort ermitteln, dass der Dämpfungsfaktor  $\zeta = 0,4$  beträgt. Aus Abbildung 5.8 schätzen wir dann ebenfalls wie erwartet  $\zeta = 0,4$  ab.

## 5.6 Lage der Pole in der $s$ -Ebene und das Übergangsverhalten

Das Übergangsverhalten eines Regelkreises kann über die Lage der Pole der Übertragungsfunktion beschrieben werden. Die Übertragungsfunktion eines Regelkreises wird allgemein geschrieben als

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_i(s)\Delta_i(s)}{\Delta(s)},$$

wobei  $\Delta(s) = 0$  die charakteristische Gleichung des Systems liefert. Für den einschleifigen Regelkreis nach Abbildung 5.14 reduziert sich die charakteristische Gleichung auf  $1 + G(s) = 0$ . Es sind die Pole und die Nullstellen, die das Übergangsverhalten eines Systems bestimmen. Allerdings entsprechen für einen Regelkreis die Pole von  $T(s)$  den Wurzeln der charakteristischen Gleichung  $\Delta(s) = 0$ . Man kann die Einheitsprungantwort eines Systems (mit der Verstärkung 1), das keine Mehrfach-Pole aufweist, als Partialbruchzerlegung darstellen:

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \sum_{i=1}^M \frac{A_i}{s + \sigma_i} + \sum_{k=1}^N \frac{B_k s + C_k}{s^2 + 2\alpha_k s + (\alpha_k^2 + \omega_k^2)}, \quad (5.21)$$

wobei  $A_i$ ,  $B_k$  und  $C_k$  Konstanten sind. Die Pole des Systems müssen entweder  $s = -\sigma_i$  lauten oder konjugiert komplexe Paare, wie z.B.  $s = -\alpha_k \pm j \omega_k$  sein. Die inverse Laplace-Transformierte ergibt sich dann als Systemantwort mit den Summanden

$$y(t) = 1 + \sum_{i=1}^M A_i e^{-\sigma_i t} + \sum_{k=1}^N D_k e^{-\alpha_k t} \sin(\omega_k t + \theta_k), \quad (5.22)$$

mit  $D_k$  als Konstante, die von  $B_k$ ,  $C_k$ ,  $\alpha_k$  und  $\omega_k$  abhängt. Die Systemantwort setzt sich zusammen aus der stationären Ausgangsgröße, den Exponentialtermen und den Termen der gedämpften Sinusschwingung. Damit die Systemantwort stabil ist – d.h. bezogen auf ein Eingangssprungsignal beschränkt bleibt – muss der Realteil der Pole,  $-\sigma_i$  und  $-\alpha_k$ , in der linken Halbebene der  $s$ -Ebene liegen. Abbildung 5.17 zeigt die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für verschiedene Lagen der Pole. Da aus der Lage der Pole in der  $s$ -Ebene eine direkte Aussage über die Form der Systemantwort gewonnen werden kann, sollte man sich stets die Mühe machen, ihre Lage in der  $s$ -Ebene zu bestimmen.



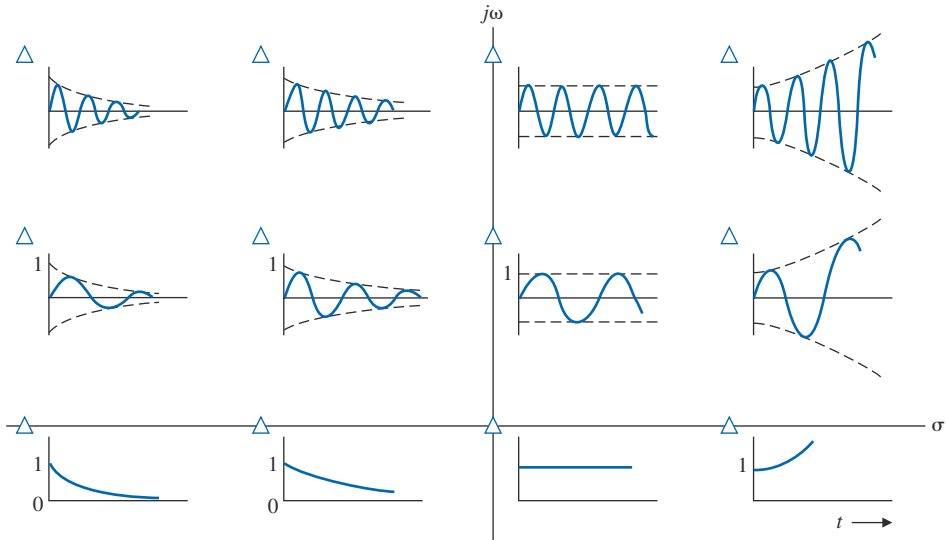


Abbildung 5.17: Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für verschiedene Lagen der Pole in der  $s$ -Ebene (die konjugiert komplexen Pole sind hier nicht dargestellt)

Es ist für einen Regelungstechniker wichtig, die Beziehungen zu verstehen, die zwischen der Darstellung eines Systems im  $s$ -Bereich, den Polen und Nullstellen seiner Übertragungsfunktion und seinem Zeitverhalten als Reaktion auf Sprungsignale und andere Testsignale bestehen. In Gebieten wie der Signalverarbeitung und Regelungstechnik werden viele Berechnungen für die Analyse und den Entwurf vorteilhaft im  $s$ -Bereich durchgeführt, da die Modelle der Systeme dort als Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion  $T(s)$  dargestellt werden können. Allerdings werden, vor allem in der Regelungstechnik, auch viele Untersuchungen zum Systemverhalten im Zeitbereich durchgeführt.

Der erfahrene Entwurfsingenieur wird so vorgehen, dass er Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion  $T(s)$  in der  $s$ -Ebene hinzufügt, verschiebt oder entfernt und sich die jeweilige Auswirkung auf die Sprung- oder Impulsantwort betrachtet. Ebenso sollte er aus der Sprung- oder Impulsantwort herauslesen können, welche Pole oder Nullstellen der Übertragungsfunktion  $T(s)$  verändert werden müssen, um eine bestimmte Wirkung zu erzielen.

Ein erfahrener Entwurfsingenieur weiß, welche Auswirkungen bestimmte Lagen von Polen und Nullstellen auf das Systemverhalten haben. Die Pole von  $T(s)$  bestimmen die allgemeine Charakteristik der Systemantwort, während die Nullstellen von  $T(s)$  die relativen Wichtungen der einzelnen Funktionen in der jeweiligen Charakteristik bestimmen. Wenn man z.B. eine Nullstelle näher an einen bestimmten Pol heranschiebt, wird die Wirkung der zu der Nullstelle gehörenden Funktion auf diesen Pol abgeschwächt.

Man kann diese Vorgehensweise auch durch ein Computerprogramm bewerkstelligen lassen, das dem Benutzer einen Satz von frei wählbaren Polen und Nullstellen zur Verfügung stellt, aus dem die Übertragungsfunktion eines linearen Systems zusammengestellt werden kann. Der Computer wird dann die Sprung- und Impulsantwort des gewählten Systems berechnen und ausdrucken, oder das Entwurfsergebnis in verkürzter Form in der  $s$ -Ebene darstellen.

Wenn das Programm einmal einen bestimmten Satz von Polen und Nullstellen berechnet hat, kann der Benutzer die Lage einer oder mehrerer dieser Stellen verändern. Das Programm wird dann die neue Sprung- und Impulsantwort sowie die dazugehörigen Stellen in der  $s$ -Ebene als Pol-Nullstellen-Bild neben den alten Ergebnissen darstellen.

## 5.7 Der stationäre Fehler eines Regelungssystems mit Einheitsrückkopplung

Einer der wichtigsten Gründe für die Einführung einer Rückkopplung in ein System ist die Verringerung des stationären Fehlers, die die erhöhte Komplexität und die zusätzlichen Kosten der Rückkopplung bei weitem aufwiegt. Wie im Abschnitt 4.5 bereits gezeigt wurde, ist der stationäre Fehler eines Regelkreises im Allgemeinen um einige Größenordnungen geringer als der einer Steuerung. Das Stellsignal für das System, welches ein Maß für den bestehenden Regelungsfehler ist, wird als  $E_a(s)$  bezeichnet. Der tatsächliche Systemfehler ist allerdings  $E(s) = R(s) - Y(s)$ . Für den in Abbildung 5.18 abgebildeten Regelkreis erhalten wir

$$E(s) = R(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) = \frac{1 + G(s)H(s) - G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s).$$

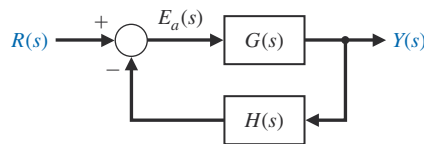


Abbildung 5.18: Regelkreis mit einer Rückkopplungsschleife

Der Systemfehler ist genau dann identisch mit dem bestehenden Fehler  $E_a(s)$ , wenn  $H(s) = 1$  gilt. Genau dann gilt

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s).$$

Der stationäre Fehler ist für  $H(s) = 1$  dann

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}. \quad (5.23)$$

Wie wollen jetzt den stationären Fehler eines Systems mit der Rückkopplung  $H(s) = 1$  für die drei Standard-Testsignale zu untersuchen.

**Sprungförmiges Eingangssignal** Für den stationäre Fehler bei einem Sprungsignal mit der Amplitude  $A$  erhalten wir

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s} \frac{s}{[1 + G(s)]} = \frac{A}{1 + G(0)}.$$

Es ist die Form der Übertragungsfunktion  $G(s)$  des offenen Regelkreises, die den stationären Fehler bestimmt. Die allgemeine Form der Übertragungsfunktion des Regelkreises lautet

$$G(s) = \frac{K \prod_{j=1}^M (s + z_j)}{s^N \prod_{k=1}^Q (s + p_k)}, \quad (5.24)$$

mit  $\prod$  als Produkt der Faktoren. Somit hängt die Übertragungsfunktion des Regelkreises, wenn  $s$  gegen Null strebt, von der Anzahl  $N$  der Integrationen ab. Wenn  $N$  größer als Null ist, strebt  $G(0)$  gegen unendlich und der stationäre Fehler gegen Null. Die Anzahl der Integrationen wird häufig durch Kennzeichnung des Systems mit einer **Typenziffer** angezeigt, die nichts anderes ist als die Zahl  $N$ .

Somit wird für ein System des Typs 0 ( $N = 0$ ) der stationäre Fehler

$$e_{ss} = \frac{A}{1 + G(0)} = \frac{A}{1 + K \left( \frac{\prod_{j=1}^M z_j}{\prod_{k=1}^Q p_k} \right)}. \quad (5.25)$$

Die Konstante  $G(0)$  wird als **Positions-Fehlerkonstante (oder Stellungskonstante)**  $K_p$  bezeichnet, die gegeben ist durch

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s).$$

Der stationäre Nachführungsfehler nach einem Sprungsignal der Amplitude  $A$  ist somit gegeben durch

$$e_{ss} = \frac{A}{1 + K_p}. \quad (5.26)$$

Der stationäre Fehler eines Systems mit mindestens einer Integration ( $N \geq 1$ ) als Reaktion auf ein Einheitssprungsignal ist Null, da gilt

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{K \prod_{j=1}^M z_j}{s^N \prod_{k=1}^Q p_k}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A s^N}{s^N + K \frac{\prod_{j=1}^M z_j}{\prod_{k=1}^Q p_k}} = 0. \quad (5.27)$$

**Rampenförmiges Eingangssignal** Der stationäre Fehler für ein rampenförmiges Eingangssignal (Geschwindigkeit) mit dem Anstieg  $A$  lautet

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s^2} \frac{s}{[1 + G(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s + sG(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{sG(s)}. \quad (5.28)$$

Auch hier hängt der stationäre Fehler wieder von der Anzahl  $N$  der Integrationen ab. Für ein System mit  $N = 0$  ist der stationäre Fehler unendlich groß. Für ein System mit  $N = 1$  gilt

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s} \frac{1}{\left[ \frac{K \prod (s + z_i)}{s \prod (s + p_k)} \right]}$$

oder

$$e_{ss} = \frac{A}{\frac{K \prod z_i}{\prod p_k}} = \frac{A}{K_v}, \quad (5.29)$$

wobei  $K_v$  als **Geschwindigkeits-Fehlerkonstante** (oder **Geschwindigkeitskonstante**) bezeichnet wird, welche berechnet wird durch

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s).$$

Wenn die Übertragungsfunktion zwei oder mehr Integrationen aufweist, also  $N \geq 2$  gilt, erhalten wir einen stationären Fehler von Null; für  $N = 1$  besteht ein stationärer Fehler. Allerdings ist, wie wir bald sehen werden, die stationäre Schnelligkeit der Ausgangsgröße gleich der Schnelligkeit der Eingangsgröße.

**Parabelförmiges Eingangssignal** Bei einem parabelförmigen Eingangssignal von  $r(t) = A t^2 / 2$  ist der stationäre Fehler

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s^3} \frac{s}{[1 + G(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s^2 G(s)}. \quad (5.30)$$

Bei einer Integration, also  $N = 1$ , ist der stationäre Fehler unendlich groß, für zwei Integrationen ( $N = 2$ ) erhalten wir

$$e_{ss} = \frac{A}{\frac{K \prod z_i}{\prod p_k}} = \frac{A}{K_a}, \quad (5.31)$$

wobei  $K_a$  als **Beschleunigungs-Fehlerkonstante** (oder **Beschleunigungskonstante**) bezeichnet wird und zu berechnen ist nach der Gleichung

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s).$$

Wenn die Anzahl der Integrationen mindestens 3 beträgt, ist der stationäre Fehler des Systems 0.

Regelungssysteme werden häufig über ihre Typenziffer und die Fehlerkonstanten  $K_p$ ,  $K_v$  und  $K_a$  beschrieben. Tabelle 5.5 zeigt die Definitionen für die einzelnen Fehlerkonstanten und die stationären Fehler für die drei verwendeten Standard-Eingangssignale in zusammengefasster Form. Wir wollen die Zweckmäßigkeit der Fehlerkonstanten anhand eines einfachen Beispiels erläutern.



## Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als persönliche Einzelplatz-Lizenz zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschliesslich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs
- und der Veröffentlichung

bedarf der schriftlichen Genehmigung des Verlags.

Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwortschutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: [info@pearson.de](mailto:info@pearson.de)

## Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.

## Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website



herunterladen