wi
wirtschaft

John Hull

# Risikomanagement

## Banken, Versicherungen und andere Finanzinstitutionen

2., aktualisierte Auflage

Prentice Hall

PEARSON
Studium

John C. Hull

# Risikomanagement

## Banken, Versicherungen und andere Finanzinstitutionen

2., aktualisierte Auflage

PEARSON
Studium

ein Imprint von Pearson Education
München • Boston • San Francisco • Harlow, England
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City
Madrid • Amsterdam

## 7.6 Nichtparallele Verschiebungen der Zinsstrukturkurve

Leider kann die Durationsbeziehung aus ► Gleichung (7.6) nur das Exposure gegenüber Parallelverschiebungen der Zinsstrukturkurve beziffern. Die Durations-Konvexitäts-Beziehung aus ► Gleichung (7.7) funktioniert sogar für sehr große Verschiebungen, doch auch sie erfasst nur Parallelverschiebungen.

Einige Forscher haben den Versuch unternommen, die Durationsmaße so zu erweitern, dass auch nichtparallele Verschiebungen betrachtet werden können. *Reitano* schlägt ein partielles Durationsmaß vor, bei dem nur ein Punkt der Spot-Rate-Strukturkurve verschoben wird, während die anderen gleich bleiben.[7] Angenommen, es liegt die Nullkuponkurve von ► Tabelle 7.4 und ► Abbildung 7.3 vor. Die Verschiebung des Punktes für den Fünfjahres-Zinssatz ändert die Kurve, wie in Abbildung 7.4 gezeigt ist.[8]

Angenommen, die Nullkuponkurve enthält $n$ Punkte. Die partielle Duration $D_i$ für den $i$-ten Punkt ist

$$D_i = -\frac{1}{P}\frac{\Delta P_i}{\Delta y_i}\,, \tag{7.8}$$

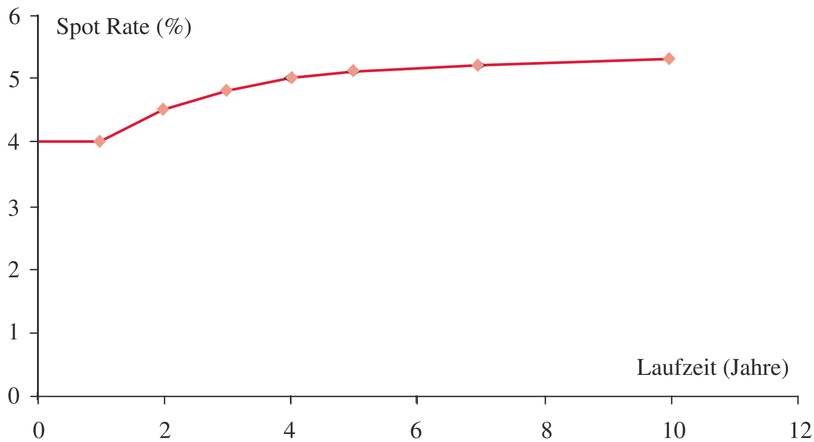


**Abbildung 7.3:** Spot-Rate-Strukturkurve nach Tabelle 7.4

| **Laufzeit (in Jahren):** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **7** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zinssatz (in %) | 4,0 | 4,5 | 4,8 | 5,0 | 5,1 | 5,2 | 5,3 |

**Tabelle 7.4:** Spot-Rate-Strukturkurve (Zinsraten bei stetiger Verzinsung)

7 Siehe R. Reitano, „Non-Parallel yield curve shifts and Immunization“, *Journal of Portfolio Management*, Frühjahr 1992: 36–43.

8 Wenn der $i$-te Punkt der Nullkuponkurve verschoben wird, werden die anderen Punkte nicht verschoben und die Sätze der verschobenen Abschnitte der Kurve interpoliert (siehe Abbildung 7.4).

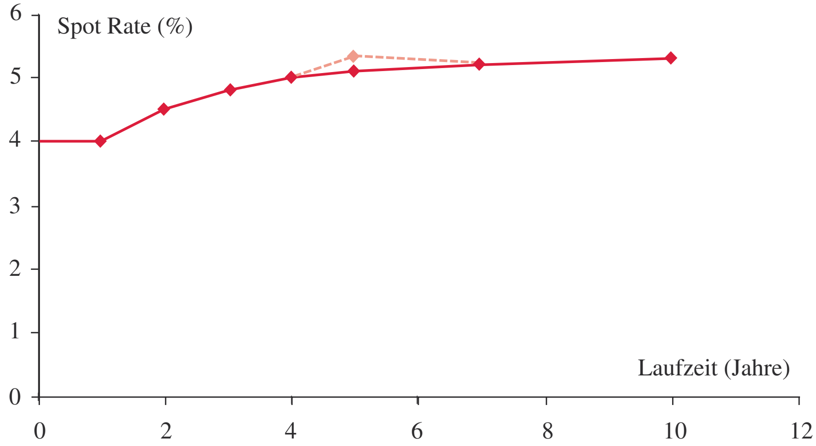


**Abbildung 7.4:** Veränderung in der Spot-Rate-Strukturkurve bei Verschiebung eines Punktes

wobei $P$ den Wert des Portfolios bezeichnet, $\Delta y_i$ die Verschiebung des $i$-ten Punktes der Nullkuponkurve und $\Delta P_i$ die resultierende Änderung im Portfoliowert. Die Variable $\Delta y_i$ wird dabei in dezimaler Form angegeben, d. h., $\Delta y_i = 0{,}001$ beschreibt einen Zuwachs von 10 Basispunkten im $i$-ten Punkt der Nullkuponkurve. Gemäß ▶ Gleichung (7.8) beträgt die Änderung des Portfoliowertes aufgrund einer Änderung $\Delta y_i$ im $i$-ten Punkt der Nullkuponkurve

$$\frac{\Delta P_i}{P} = -D_i \Delta y_i \,. \qquad (7.9)$$

**Beispiel 7.4** ▶ Tabelle 7.5 zeigt die partielle Duration für ein Portfolio mit einem Wert von 5 Millionen Dollar. Erhöht sich der einjährige Zinssatz um 10 Basispunkte, ändert sich der Wert des Portfolios um

$$-2 \cdot 5\,000\,000\,\text{Dollar} \cdot 0{,}001 = -10\,000\,\text{Dollar}\,.$$

Steigt der vierjährige Zinssatz um 5 Basispunkte, dann ändert sich der Wert des Portfolios um

$$-0{,}2 \cdot 5\,000\,000\,\text{Dollar} \cdot 0{,}0005 = -500\,\text{Dollar}\,.$$

Steigt der zehnjährige Zinssatz um 2 Basispunkte, dann ändert sich der Wert des Portfolios um

$$1{,}9 \cdot 5\,000\,000\,\text{Dollar} \cdot 0{,}0002 = 1\,900\,\text{Dollar}\,.$$

Die Summe aller partiellen Durationsmaße entspricht dem herkömmlichen Durationsmaß. Dies ist der Fall, da sich genau eine Parallelverschiebung der Zinsstrukturkurve einstellt, wenn jeder einzelne Punkt um den gleichen Betrag geändert wird.

| Laufzeit (in Jahren): | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Duration | 2,0 | 1,6 | 0,6 | 0,2 | −0,5 | −1,8 | −1,9 | 0,2 |

**Tabelle 7.5:** Partielle Duration eines Portfolios

Im Beispiel von ▶ Tabelle 7.5 ist die Summe der partiellen Durationsmaße 0,2. Die Gesamt-Duration beträgt also 0,2. Das heißt, das Portfolio ist relativ insensitiv gegenüber Parallelverschiebungen der Renditekurve. Allerdings sind die Durationsmaße für kurze Laufzeiten positiv und für lange Laufzeiten negativ. Daher verliert (gewinnt) das Portfolio an Wert, wenn die kurzfristigen Zinssätze steigen (fallen) bzw. die langfristigen Zinssätze fallen (steigen).

Wir sind nun in der Lage, einen Schritt weiter zu gehen und die Sensitivität des Wertes eines Portfolios gegenüber beliebigen nichtparallelen Verschiebungen zu berechnen. Angenommen, wir legen für die Zinsstrukturkurve aus Abbildung 7.3 eine Drehung fest, bei der die Änderungen für Instrumente mit einjähriger, zweijähriger, dreijähriger, vierjähriger, fünfjähriger, siebenjähriger, zehnjähriger Laufzeit $-3e$, $-2e$, $-e$, 0, $e$, $3e$ bzw. $6e$ betragen, wobei $e = 0{,}0001$, also ein Basispunkt ist. Diese Situation wird in ▶ Abbildung 7.5 illustriert. Mit den Werten von Tabelle 7.5 und ▶ Gleichung (7.9) ergibt sich für die aus der Änderung des einjährigen Zinssatzes resultierende Änderung des Portfoliowertes

$$-2{,}0 \cdot (-3e) = 6e\,.$$

Die aus der Änderung des zweijährigen Zinssatzes resultierende Änderung des Portfoliowertes beträgt

$$-1{,}6 \cdot (-2e) = 3{,}2e$$

usw. Insgesamt ergibt sich bei der Änderung aller Zinssätze eine Änderung im Portfoliowert von $27{,}1e$. Eine Parallelverschiebung der Renditekurve um $e$ hätte dagegen

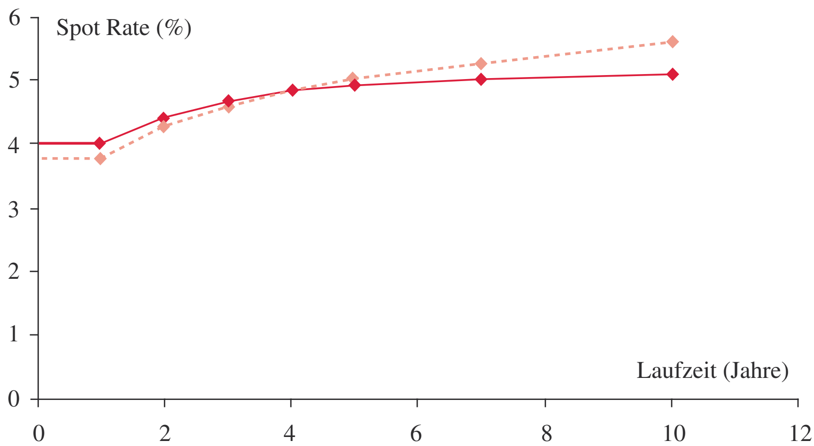


**Abbildung 7.5:** Drehung der Zinsstrukturkurve

nur eine Änderung des Portfoliowertes von $-0{,}2e$ zur Folge. Ein Portfolio mit den partiellen Durationsmaßen von Tabelle 7.5 ist also von einer Drehung der Zinsstrukturkurve viel schwerer betroffen als von einer Parallelverschiebung.

## 7.7 Zinsdeltas in der Realität

In der Realität werden zur Ermittlung der Zinsdeltas verschiedene Ansätze verwendet. Einer davon setzt das Delta gleich der Dollar-Duration, die die Sensitivität des Portfoliowertes gegenüber einer Parallelverschiebung der Spot-Rate-Strukturkurve beschreibt. Hierfür wird das Maß DV01 eingeführt. Es beschreibt die Auswirkung einer Parallelverschiebung um einen Basispunkt, ist also das 0,0001-Fache der Dollar-Duration bzw. das 0,0001-Fache des Produktes aus der Duration des Portfolios und dem Wert des Portfolios.

Analysten ermitteln gern mehrere Deltas, um die Exposures gegenüber allen möglichen Änderungen der Zinsstrukturkurve ausdrücken zu können. Eine (von mehreren) Möglichkeiten dafür knüpft an den Ansatz der partiellen Duration aus dem vorigen Abschnitt an. Für jeden Punkt der Spot-Rate-Strukturkurve wird die Auswirkung einer Änderung des Zinssatzes um einen Basispunkt (analog zu Abbildung 7.4) berechnet. Das sich ergebende Delta ist die jeweilige partielle Duration für den Punkt multipliziert mit dem 0,0001-fachen Portfoliowert. Die Summe der Deltas aller Punkte auf der Zinsstrukturkurve ist gleich DV01. Hat das Portfolio von Tabelle 7.5 einen Wert von 1 Million Dollar, dann gibt ▶ Tabelle 7.6 die Deltas für die einzelnen Punkte an.

Eine Variante dieses Ansatzes ist die Unterteilung der Zinsstrukturkurve in einzelne Segmente, sogenannte *Buckets* und die Untersuchung der Auswirkung von Zinssatzänderungen um einen Basispunkt für alle Punkte des Bucket, wobei die Zinssätze für alle anderen Punkte der Kurve konstant bleiben. Dieser Ansatz, das *GAP Management*, wird oft im Asset-Liability-Management (siehe ▶ Abschnitt 7.1) verwendet. ▶ Abbildung 7.6 zeigt, welche Änderung für das Segment der Kurve aus Abbildung 7.3 zwischen 2,0 und 3,0 Jahren zutreffen würde. Wie beim Ansatz der partiellen Duration ergibt die Summe der Deltas aller Segmente das Maß DV01.

### Berechnung von Deltas für das Hedging

Ein Problem der bisher betrachteten Delta-Maße besteht darin, dass sie nicht zur Vereinfachung der Hedgings beitragen. Nehmen wir z. B. die Deltas aus Tabelle 7.6. Falls wir planen, unser Portfolio durch Nullkupon-Anleihen abzusichern, können wir die Position in einjährigen Anleihen berechnen, die notwendig ist, um das Delta von 200 Dollar je Basispunkt-Exposure gegenüber dem einjährigen Zinssatz zu eliminieren, danach die notwendige Position in zweijährigen Anleihen usw. Wenn jedoch

| Laufzeit (in Jahren): | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Delta | 200 | 160 | 60 | 20 | −50 | −180 | −190 | 20 |

**Tabelle 7.6:** Deltas für das Portfolio in Tabelle 7.5. Der Wert des Portfolios ist 1 Million Dollar. Die Deltas geben die Auswirkung einer Verschiebung des jeweiligen Punktes auf der Zinsstrukturkurve um einen Basispunkt an.

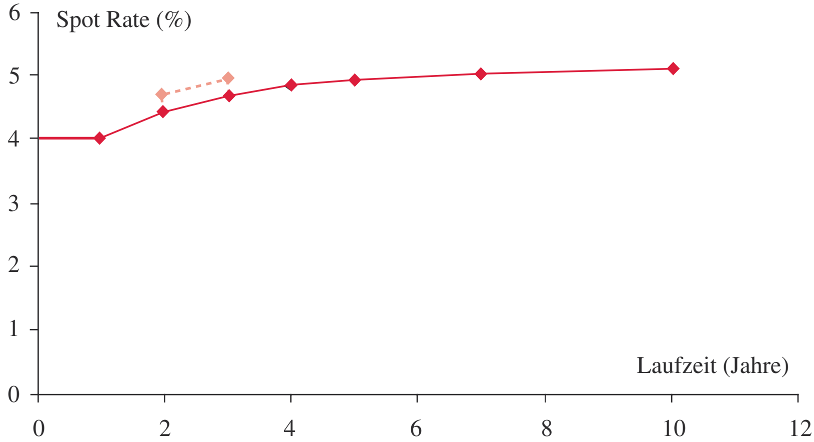


**Abbildung 7.6:** Änderung in der Zinsstrukturkurve mit dem Bucket-Ansatz

andere Instrumente verwendet werden, ist eine viel kompliziertere Analyse notwendig.

In der Realität verwenden Trader zur Absicherung Positionen in den Instrumenten, die zur Konstruktion der Zinsstrukturkurve verwendet wurden. So wird ein Trader von Staatsanleihen vermutlich zur Absicherung Positionen in aktiv gehandelten Staatsanleihen einnehmen, die zur Konstruktion der Treasury-Zinsstrukturkurve beitragen. Ein Trader von Instrumenten, die von der LIBOR-Swap-Kurve abhängen, wird zur Absicherung eher Positionen in LIBOR-Einlagen, Eurodollar-Futures und Swaps einnehmen.

Um ihre Absicherung durchführen zu können, berechnen die Trader daher oft die Auswirkung kleiner Änderungen in den Preisen jedes Instruments, das zur Ermittlung der Zinsstrukturkurve beigetragen hat. Der Preis für das Instrument wird um einen kleinen Wert verändert, die Spot-Rate-Strukturkurve neu berechnet und das Portfolio neu bewertet. Betrachten wir einen Trader, der für Zinscaps und Swap-Optionen zuständig ist. Angenommen, die Änderung des Zinses für einen Eurodollar-Futures-Kontrakt um einen Basispunkt lässt den Wert des Portfolios um 500 Dollar steigen. Der Wert eines Eurodollar-Futures-Kontrakts ändert sich dabei um 25 Dollar. Das Exposure des Traders kann daher mit 20 Kontrakten abgesichert werden. Nehmen wir nun an, dass das Exposure gegenüber einer Änderung der 5-Jahres-Swap Rate um einen Basispunkt 4 000 Dollar beträgt und dass sich bei der Änderung der 5-Jahres-Swap Rate um einen Basispunkt der Wert eines 5-Jahres-Swaps mit einem Nominalbetrag von einer Million Dollar um 400 Dollar ändert. Das Exposure kann durch das Trading von Swaps mit einem Nominalbetrag von 10 Millionen Dollar abgesichert werden.

## 7.8 Hauptkomponentenanalyse

Die gerade behandelten Ansätze können dazu führen, dass Analysten für jede Zinsstrukturkurve 10 bis 15 verschiedene Deltas ermitteln müssen. Das scheint unnötig viel zu sein, da die betrachteten Variablen ziemlich stark miteinander korrelieren.

Wenn z. B. die Rendite einer fünfjährigen Anleihe um ein paar Basispunkte steigt, bewegt sich die Rendite einer zehnjährigen Anleihe meist in die gleiche Richtung. Der Trader muss sich dann nicht allzu viele Sorgen machen, wenn das Portfolio ein großes positives Exposure gegenüber dem fünfjährigen Zinssatz und ein ähnlich großes negatives Exposure gegenüber dem zehnjährigen Zinssatz aufweist.

Ein Ansatz zur Behandlung des Risikos, das aus Gruppen stark korrelierter Marktvariablen entsteht, ist die Hauptkomponentenanalyse (*Principal Components Analysis*, PCA). Sie verwendet historische Daten über Bewegungen der Marktvariablen und versucht, eine gewisse Anzahl an Komponenten oder Faktoren zu definieren, die diese Bewegungen erklären.

Die Hauptkomponentenanalyse ist ein statistisches Standardwerkzeug, das viele Anwendungen im Risikomanagement findet. Die mathematischen Grundlagen der Hauptkomponentenanalyse werden in ► Anhang I erläutert. Der Ansatz wird am besten durch ein Beispiel veranschaulicht. Die von uns betrachteten Marktvariablen sind zehn US-Treasury Rates mit Laufzeiten zwischen drei Monaten und 30 Jahren. Die ► Tabellen 7.7 und 7.8 zeigen die von *Frye* ermittelten Resultate für diese Marktvariablen unter Verwendung von 1 543 täglichen Beobachtungen zwischen 1989 und 1995.[9] Die erste Spalte von Tabelle 7.7 zeigt die Laufzeiten der untersuchten Zinssätze. Die anderen zehn Spalten enthalten die zehn Faktoren oder Hauptkomponenten (HK), die die Bewegungen der Zinssätze beschreiben. Der erste Faktor (in der Spalte HK1) entspricht einer näherungsweise parallelen Verschiebung der Zinsstrukturkurve. Bei einer Einheit dieses Faktors steigt der 3-Monats-Zinssatz um 0,21 Basispunkte an, der 6-Monats-Zinssatz um 0,26 Basispunkte usw. Der zweite Faktor ist in der Spalte HK2 abgebildet. Er entspricht einer „Drehung“ der Zinsstrukturkurve. Die

| | HK1 | HK2 | HK3 | HK4 | HK5 | HK6 | HK7 | HK8 | HK9 | HK10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 Mon. | 0,21 | −0,57 | 10,50 | 10,47 | −0,39 | −0,02 | 10,01 | 10,00 | 10,01 | 10,00 |
| 6 Mon. | 0,26 | −0,49 | 10,23 | −0,37 | 10,70 | 10,01 | −0,04 | −0,02 | −0,01 | 10,00 |
| 12 Mon. | 0,32 | −0,32 | −0,37 | −0,58 | −0,52 | −0,23 | −0,04 | −0,05 | 10,00 | 10,01 |
| 2 J. | 0,35 | −0,10 | −0,38 | 10,17 | 10,04 | 10,59 | 10,56 | 10,12 | −0,12 | −0,05 |
| 3 J. | 0,36 | 10,02 | −0,30 | 10,27 | 10,07 | 10,24 | −0,79 | 10,00 | −0,09 | −0,00 |
| 4 J. | 0,36 | 10,14 | −0,12 | 10,25 | 10,16 | −0,63 | 10,15 | 10,55 | −0,14 | −0,08 |
| 5 J. | 0,36 | 10,17 | −0,04 | 10,14 | 10,08 | −0,10 | 10,09 | −0,26 | 10,71 | 10,48 |
| 7 J. | 0,34 | 10,27 | 10,15 | 10,01 | 10,00 | −0,12 | 10,13 | −0,54 | 10,00 | −0,68 |
| 10 J. | 0,31 | 10,30 | 10,28 | −0,10 | −0,06 | 10,01 | 10,03 | −0,23 | −0,63 | 10,52 |
| 30 J. | 0,25 | 10,33 | 10,46 | −0,34 | −0,18 | 10,33 | −0,09 | 10,52 | 10,26 | −0,13 |

**Tabelle 7.7:** Faktorladungen für US-Treasury-Daten

9 Siehe J. Frye, „Principals of Risk: Finding VAR through Factor-Based Interest Rate Scenarios“, in *VAR: Understanding and Applying Value at Risk*, Risk Publications, London, 1997, S. 275–288.

| HK1 | HK2 | HK3 | HK4 | HK5 | HK6 | HK7 | HK8 | HK9 | HK10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17,49 | 6,05 | 3,10 | 2,17 | 1,97 | 1,69 | 1,27 | 1,24 | 0,80 | 0,79 |

**Tabelle 7.8:** Standardabweichung der Faktorwerte

Zinssätze zwischen drei Monaten und zwei Jahren Laufzeit bewegen sich in die eine Richtung, die Zinssätze mit Laufzeiten zwischen drei und 30 Jahren in die andere Richtung. Der dritte Faktor entspricht einer „Biegung" der Zinsstrukturkurve. Die Zinssätze am kurzen und am langen Ende der Zinsstrukturkurve bewegen sich in eine Richtung, die Zinssätze in der Mitte in die andere Richtung. Die Bewegung des Zinssatzes für einen bestimmten Faktor wird als *Faktorladung* bezeichnet. In unserem Beispiel beträgt die Ladung des ersten Faktors für den 3-Monats-Zins 0,21.[10]

Da es zehn Zinssätze und zehn Faktoren gibt, können die an einem beliebigen Tag beobachteten Änderungen der Zinssätze nach Lösung eines Gleichungssystems mit zehn Gleichungen immer als Linearkombination der Faktoren ausgedrückt werden. Die Höhe eines Faktors an einem bestimmten Tag wird als *Faktorwert* für jenen Tag bezeichnet.

Die Bedeutung eines Faktors wird durch die Standardabweichung seines Faktorwerts angegeben. Die Standardabweichungen der Faktorwerte für unser Beispiel sind in ► Tabelle 7.8 angegeben, die Faktoren sind in der Reihenfolge ihres Einflusses aufgelistet. Ein Wert des ersten Faktors in Höhe einer Standardabweichung entspricht damit einer Bewegung des 3-Monats-Zinssatzes um $0{,}21 \cdot 17{,}49 = 3{,}67$ Basispunkte, einer Bewegung des 6-Monats-Zinssatzes um $0{,}26 \cdot 17{,}49 = 4{,}55$ Basispunkte usw.

Die Faktoren besitzen die Eigenschaft, dass die Faktorwerte unkorreliert sind. So ist in unserem Beispiel der erste Faktorwert (Betrag der Parallelverschiebung) über die betrachteten 1 543 Tage nicht mit dem zweiten Faktor (Betrag der Drehung) korreliert.

Die Varianzen der Faktorwerte (d. h. die Quadrate der Standardabweichungen) besitzen die Eigenschaft, dass ihre Summe die Gesamtvarianz der Daten ergibt. Die Gesamtvarianz der Originaldaten in Tabelle 7.8 (d. h. die Summe der Varianz der Beobachtungen für den 3-Monats-Zins, der Varianz der Beobachtungen für den 6-Monats-Zins usw.) beträgt

$$17{,}49^2 + 6{,}05^2 + 3{,}10^2 + \cdots + 0{,}79^2 = 367{,}9\,.$$

Daraus kann man ablesen, dass der erste Faktor für $17{,}49^2/367{,}9 = 83{,}1\%$ der Schwankung der Originaldaten verantwortlich ist, dass die ersten beiden Faktoren für

$$(17{,}49^2 + 6{,}05^2)/367{,}9 = 93{,}1\%$$

der Schwankung der Originaldaten verantwortlich sind und dass der dritte Faktor weitere 2,6% der Schwankung erklärt. Dies zeigt, dass der Großteil des Risikos der Zinsbewegungen von den ersten zwei oder drei Faktoren erklärt wird. Das legt nahe, dass wir die Risiken in einem Portfolio von zinsabhängigen Wertpapieren auf

10 Die Faktorladungen besitzen die Eigenschaft, dass die Summe ihrer Quadrate für jeden Faktor 1,0 ergibt.

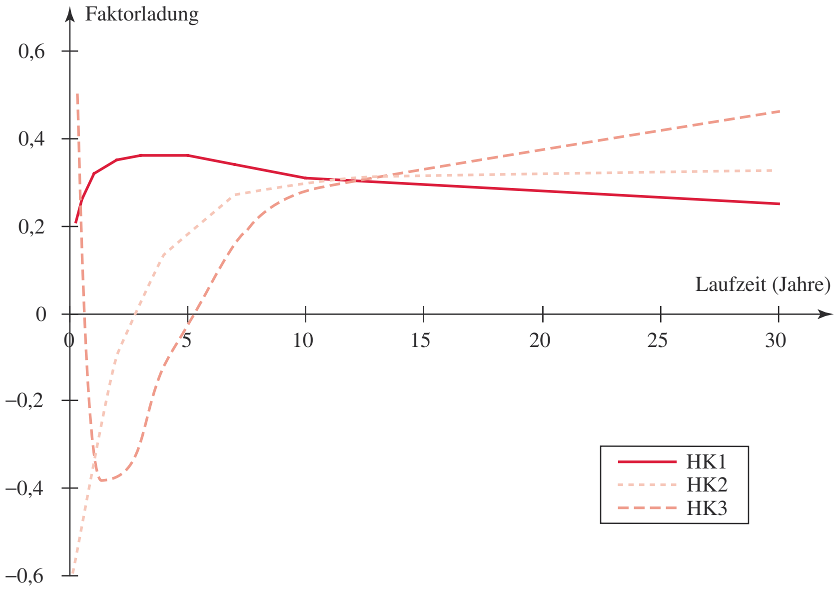


**Abbildung 7.7:** Die drei wichtigsten Faktoren, die die Bewegungen der Zinsstrukturkurve steuern

die Bewegungen dieser Faktoren beziehen können, anstatt alle zehn Zinssätze zu betrachten. Die drei wichtigsten Faktoren aus Tabelle 7.7 sind in ▶ Abbildung 7.7 dargestellt.[11]

## Verwendung der Hauptkomponentenanalyse zur Berechnung von Deltas

Zur Illustration des Einsatzes der Hauptkomponentenanalyse im Rahmen der Berechnung von Deltas betrachten wir ein Portfolio, das die in ▶ Tabelle 7.9 aufgeführten Exposures gegenüber Zinsbewegungen aufweist. Eine Änderung des 1-Jahres-Zinses um einen Basispunkt lässt den Wert des Portfolios um 10 Millionen Dollar anwachsen, eine Änderung des 2-Jahres-Zinses um einen Basispunkt lässt ihn um 4 Millionen Dollar anwachsen usw. Wir verwenden die ersten beiden Faktoren zur Modellierung von Zinsbewegungen. (Wie im vorigen Abschnitt erwähnt, deckt

| Zinssatz für | 1 Jahr | 2 Jahre | 3 Jahre | 4 Jahre | 5 Jahre |
|---|---|---|---|---|---|
| Änderung | +10 | +4 | −8 | −7 | +2 |

**Tabelle 7.9:** Änderung des Portfoliowertes bei einer Bewegung des Zinssatzes um einen Basispunkt (in Millionen Dollar)

11 Ähnliche Resultate in Bezug auf das Wesen der Faktoren und den Betrag des Gesamtrisikos, den sie ausmachen, erhält man bei der Verwendung der Hauptkomponentenanalyse zur Erklärung der Bewegungen für fast jede Zinsstrukturkurve in jedem Land.

dies über 90% der Unsicherheit über die Zinsbewegungen ab.) Unter Verwendung der Daten von Tabelle 7.7 beträgt unser Delta-Exposure gegenüber dem ersten Faktor (in Millionen Dollar pro Basispunkt des Faktorwerts)

$$10 \cdot 0{,}32 + 4 \cdot 0{,}35 - 8 \cdot 0{,}36 - 7 \cdot 0{,}36 + 2 \cdot 0{,}36 = -0{,}08$$

und unser Delta-Exposure gegenüber dem zweiten Faktor

$$10 \cdot (-0{,}32) + 4 \cdot (-0{,}10) - 8 \cdot 0{,}02 - 7 \cdot 0{,}14 + 2 \cdot 0{,}17 = -4{,}40\ .$$

Die hier verwendete Verfahrensweise ähnelt dem in ► Abschnitt 7.6 beschriebenen Ansatz, als partielle Durationsmaße zur Abschätzung der Auswirkung einer bestimmen Verschiebung in der Zinsstrukturkurve verwendet wurden. Die Hauptkomponentenanalyse hat den Vorteil, dass sie Auskunft darüber gibt, welche die wichtigsten Verschiebungsarten sind. Sie liefert auch Informationen über die relative Wichtigkeit verschiedener Verschiebungen. In dem von uns betrachteten Beispiel ist das Exposure gegenüber dem zweiten Faktor über 50-mal größer als das Exposure gegenüber dem ersten Faktor. Dieser ist jedoch in seinem Ausmaß etwa dreimal so bedeutend wie der zweite. (Die letzte Aussage ergibt sich aus den Werten für die Standardabweichung der Faktorwerte in Tabelle 7.8.)

## 7.9 Gamma und Vega

Wenn verschiedene Delta-Faktoren berechnet werden, gibt es viele mögliche Gamma-Faktoren. Angenommen, es werden zehn Instrumente verwendet, um die Zinsstrukturkurve zu berechnen, und wir ermitteln Deltas bezüglich der Änderungen der Notierungen für jedes dieser Instrumente. Gamma ist die zweite partielle Ableitung der Form $\partial^2 P/\partial x_i\, \partial x_j$, wobei $P$ der Wert des Portfolios ist. Wir haben zehn Auswahlmöglichkeiten für $x_i$, zehn Auswahlmöglichkeiten für $x_j$ und insgesamt 55 verschiedene Maße für Gamma. Dies ist mehr, als ein Trader im Normalfall überblicken kann. Eine Möglichkeit ist, nur die Gamma-Faktoren zu berücksichtigen, für die $i = j$ gilt. Ein anderes Verfahren besteht darin, einen einzelnen Gamma-Faktor als zweite partielle Ableitung des Portfoliowertes bezüglich einer Parallelverschiebung der Zinsstrukturkurve zu berechnen. (Dieser Faktor ist die Dollar-Konvexität.) Eine weitere Möglichkeit ist die Berechnung des Gammas bezüglich der ersten beiden Faktoren der Hauptkomponentenanalyse.

Der Vega-Faktor eines Portfolios von Zinsderivaten misst seine Sensitivität hinsichtlich Volatilitätsänderungen. Für die Bepreisung verschiedener Zinsderivate kommen verschiedene Volatilitäten zum Einsatz. Ein Verfahren besteht darin, den Einfluss auf das Portfolio zu berechnen, den dieselbe kleine Änderung bei allen Volatilitäten hat. Eine andere Möglichkeit besteht darin, eine Hauptkomponentenanalyse durchzuführen und die Faktoren zu ermitteln, die die Muster der Volatilitätsänderungen für verschiedene gehandelte Instrumente (Caps, Swap Options, Anleiheoptionen usw.) reflektieren. Die Vega-Faktoren können dann für die ersten zwei oder drei Faktoren berechnet werden.

## ZUSAMMENFASSUNG

Das Nettozinseinkommen einer Bank ist der Überschuss der erhaltenen Zinsen über die gezahlten Zinsen. Es gibt mittlerweile bewährte Asset-Liability-Management-Verfahren, die sicherstellen, dass dieses Einkommen in etwa konstant bleibt. Dabei werden die angebotenen Zinssätze so angepasst, dass die Laufzeiten von Assets und Verbindlichkeiten in Übereinstimmung gebracht werden.

Der LIBOR ist ein bedeutender Zinssatz, der die Raten vieler zinsvariabler Kredite auf der ganzen Welt beeinflusst. Der LIBOR-Satz ist der Zinssatz, zu dem Finanzinstitute mit AA-Rating kurzfristige Kredite aufnehmen können. Mit LIBOR-Sätzen, Eurodollar-Futures und Swapsätzen lässt sich eine komplette LIBOR-Strukturkurve konstruieren. Die aus dieser Struktur abgeleiteten Forward Rates sind die Kreditzinssätze für Unternehmen, die zu Beginn des vom Forward-Kontrakt bezeichneten Zeitraums AA-Rating aufweisen – nicht für Unternehmen, die aktuell AA-Rating besitzen. Die LIBOR-Swap-Kurve wird von den meisten Finanzinstituten stellvertretend für den Verlauf der risikolosen Zinssätze verwendet.

Ein wichtiges Konzept auf Zinsmärkten ist die Duration. Sie misst die Sensitivität des Wertes eines Portfolios gegenüber einer kleinen Parallelverschiebung der Spot-Rate-Strukturkurve. Es gilt

$$\Delta P = -PD\Delta y \ ,$$

wobei $P$ der Wert des Portfolios ist, $D$ die Duration des Portfolios, $\Delta y$ die kleine Parallelverschiebung der Spot-Rate-Strukturkurve und $\Delta P$ die resultierende Auswirkung auf den Wert des Portfolios. Eine genauere Beziehung ist

$$\Delta P = -PD\Delta y + \frac{1}{2}CP(\Delta y)^2 \ ,$$

wobei $C$ die Konvexität des Portfolios bezeichnet. Diese Beziehung trifft auch für ziemlich große Parallelverschiebungen der Renditekurve zu, lässt jedoch keine Rückschlüsse auf das Exposure gegenüber nichtparallelen Verschiebungen zu.

Um das Exposure gegenüber allen möglichen zukünftigen Veränderungen der Renditekurve ermitteln zu können, sind mehrere Durations- oder Delta-Maße notwendig. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, diese zu definieren. Eine nützliche Alternative zur Berechnung mehrerer Delta-Werte ist die Hauptkomponentenanalyse. Diese zeigt, dass die in der Praxis auftretenden Verschiebungen der Renditekurve zum Großteil eine Linearkombination von zwei bis drei Standardverschiebungen darstellen. Sichert sich ein Portfolio-Manager gegen diese Standardverschiebungen ab, dann ist er auch gut gegen die tatsächlichen Verschiebungen gerüstet.

ZUSAMMENFASSUNG